

О ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОЙ ОЦЕНКЕ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Майорова Наталия Львовна, к.п.н., доцент
Шабаршина Галина Владимировна, к.ф.-м.н., доцент
Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова
mnlv@yandex.ru, shegeve@yandex.ru

Аннотация: В докладе обсуждаются вопросы, связанные с анализом заданий единого государственного экзамена, предлагавшихся в нашем регионе и некоторых вариантов централизованного тестирования.

Ключевые слова: тестирование, дистрактор, уровень подготовки учащегося, система тестов по математике.

DIFFERENTIATED EVALUATION OF STUDENTS ' KNOWLEDGE IN MATHEMATICS

Mayorova Natalia Lvovna, PhD in Education, Associate Professor
Shabarshina Galina Vladimirovna, PhD, Associate Professor
Yaroslavl State University
mnlv@yandex.ru, shegeve@yandex.ru

Abstract: The report discusses the issues related to the analysis of the unified state exam tasks offered in our region and some variants of the centralized testing.

Keywords: testing, distractor, student's level of training, mathematics test system.

Прошла очередная волна единого государственного экзамена по математике. К этой форме оценивания знаний привыкли уже и учителя и учащиеся. Однако учитель оценить свой труд может только в пределах класса/школы, поскольку с оригинальными вариантами КИМов ознакомиться официально невозможно (они не были опубликованы даже после проведения экзамена) и весьма общие выводы по проведенному экзамену можно увидеть только на сайте ФИПИ. Заметим также, что несмотря на совершенствование от года к году вариантов ЕГЭ, не стоит забывать о такой методически продуманных вариантах КИМов, использовавшихся раньше при проведении Централизованного тестирования. В докладе сделан небольшой обзор результатов и анализ заданий ЕГЭ, предлагавшихся в нашем регионе, и некоторых вариантов ЦТ.

Ценным в ЦТ являлось то, что содержание теста охватывало практически все разделы алгебры, многие задания имели оригинальные формулировки, требовали глубокого понимания вопроса. Дефицит времени создавался специально, чтобы проверить свободу владения материалом и умение рационально мыслить. Вариант централизованного тестирования от заданий единого госэкзамена [1] отличает то, что он был гораздо более методически правильным и способствовал выработке не формального, стандартного подхода к решению задач, а во многом творческого.

Более двух третей в тестах ЦТ были закрытого типа, т.е. с выбором ответа. И это ничуть не умаляло достоинств тестов. Правильные, но правдоподобные ответы в американской тестовой литературе обозначаются словом distractor (to distract – отвлекать). В общем случае, чем лучше подобраны дистракторы, тем лучше задания. Талант разработчика проявляется, прежде всего, в создании содержательно корректных и эффективных дистракторов. Каждый ответ должен как бы привлекать к себе испытуемого, при этом правильный привлекает знающих, а неправильный – незнающих, т.е. не только правильные, но и неправильные ответы выбираются в зависимости от уровня подготовки. Например, на одном из этапов решения задачи предстояло найти значение величины $\sqrt{99 - 70\sqrt{2}}$. При этом, во-первых, не каждый испытуемый смог представить выражение под знаком квадратного корня в виде полного квадрата, а во-вторых, незнающие учащиеся не учитывали факт положительности значения квадратного корня из квадрата любой величины и давали неправильный ответ, поддерживаемый одним из дистракторов, в то время как знающие определение модуля давали правильный ответ (хотя он был более громоздким и мог озадачить ученика). Ни один дистрактор не должен быть столь невероятным, чтобы его выбрало малое число тестирующихся. Ответы должны отличать большую или меньшую степень «незнания» учащихся. Ученик со значительными пробелами в знаниях решит задание только в «первом приближении» и найдет среди дистракторов «свой» ответ. Школьник со средней степенью подготовленности сможет решить задание «наполовину» и тоже найдет соответствующий этому ответ [2].

Наличие в заданиях ответов требовало осторожности в составлении формулировки этих заданий. Отсутствовали такие вопросы, как «Решить уравнение» или «Решением уравнения вида ... является число...». Напротив, формулировки имели вид: «Чему равна сумма корней уравнения», «Чему равно наибольшее решение неравенства», «Чему равна сумма целых корней неравенства», «Чему равен модуль разности корней уравнения» и т.п., т.е. одним из возможных способов разрешения этой коллизии может служить требование отыскания не самого корня, а какой-либо функции от него. Кроме этого, многие задачи были подобраны так, что, во-первых, допускали несколько способов решения, и, во-вторых, все ответы в предлагаемом списке отличались правдоподобием и отражали типичные ошибки школьников. Например, при решении заданий «уравнение, корни которого обратны корням уравнения с квадратным трехчленом...» или «значение свободного члена приведенного квадратного уравнения, корни которого в три раза больше корней заданного квадратного уравнения, равно ...» не требуется непосредственного нахождения корней данных уравнений, а возможно сразу применить теорему Виета, что под силу умным ученикам. Эта же теорема и знание определения логарифмической функции позволит «найти сумму абсцисс точек пересечения графика функции $y = \log_{11}(x^2 - 5x - 13)$ с осью абсцисс» в два действия: $x^2 - 5x - 13 = 1$ и $x_1 + x_2 = 5$. А более глубокое знание этой темы предоставляло возможность в задаче нахождения среднего арифметического корней уравнения $x^3 - 12x - 16 = 0$ дать устный ответ, что искомая сумма равна нулю. Еще раз подчеркиваем, что на серьезной основе проведенное тестирование способствует выработке творческой, «неремесленной» подготовки к экзамену.

Задания позволяли школьникам приходить к мысли о том, что при огромном дефиците времени залог успеха определяется не аккуратным последовательным выполнением всех необходимых (по их мнению) выкладок, приводящих к ответу, а более глубоким пониманием материала, позволяющим применять непривычные, своеобразные приемы и оригинальные рассуждения. Например, в задаче нахождения объема треугольной пирамиды, боковые ребра которой перпендикулярны и равны 2, 4 и 9, стандартное представление пирамиды заставило бы с большими трудностями находить площадь ее основания, тогда как в той же пирамиде, но «положенной» на боковую грань, объем находится устно, как одна шестая от произведения заданных в условии длин ребер.

Хорошими заданиями как в ЦТ, так и в ЕГЭ, являются задачи о нахождении корней тригонометрических уравнений из заданных промежутков. При изучении тригонометрии нельзя заучивать формальные формулы корней всевозможных тригонометрических уравнений, а в обязательном виде приучать ученика изображать эти корни либо на единичной окружности, либо на оси абсцисс прямоугольной системы координат (что труднее). Это приведет к тому, что подросток реально увидит от трех до пяти ближайших к началу координат корней уравнения, что является достаточным для решения большинства типовых задач. Однако, к сожалению, отдельные учителя не только не работают с единичной окружностью, но и пресекают такие действия ученика. Тесты должны удовлетворять не только научно-обоснованным требованиям, но и учитывать особенности восприятия школьниками того или иного материала.

В школьном курсе математики очень мало времени отводится геометрическим способам решения алгебраических задач. Применение же этих методов во многих случаях значительно ускоряет и облегчает процесс получения верного ответа. Однако результаты тестирования демонстрируют отсутствие у школьников должных навыков в использовании геометрических методов, например, при решении задач с параметром. Так, при нахождении значения параметра a , при котором уравнение $\sqrt{16|x| - 4x^2} = a$ имеет ровно два корня, достаточно было построить графики функций $y = 16|x| - 4x^2$ и $y = a$ и увидеть, что графики пересекаются в двух точках при $a=4$. Одновременно можно понять, при каких значениях параметра исследуемое уравнение имеет три решения, четыре или не имеет их вовсе. Аналогично при обращении к геометрической интерпретации школьник мог в отведенное ему короткое время решить задачу о нахождении значения параметра, при котором сумма корней уравнения $|x + 2| + |x| = a$ равна -3.

В данном кратком обзоре содержания тестов нельзя подробно остановиться на многих типах заданий именно ЦТ. Некоторые из них весьма интересны не только по содержанию, но и по способу их формулирования, некоторые потребуют значительного времени, если не подойти к решению рационально. Авторы испытывают некоторую ностальгию по разнообразию и красоте предлагаемых на ЦТ заданий, используют их для работы со школьниками.

Может возникнуть закономерный вопрос, почему авторы так ратуют за красоту, сложность, оригинальность, разнообразие тестовых заданий? Ведь анализ ЕГЭ показывает, что нынешние учащиеся с трудом справляются с современными тестами, многие из заданий которых в части В являются практически устными. В каждом регионе порядка 200 выпускников не могут пройти

необходимый порог баллов для получения оценки в школьном аттестате. В том и проблема. Необходимо, как уже говорилось выше, тестировать профессионально ориентированных учащихся, а остальных аттестовать в школе. Тогда учителя будут работать с учениками так, как это было несколько десятилетий назад, когда приходилось сдавать вступительные профильные экзамены в вуз.

Еще несколько слов о ЦТ и ЕГЭ. ЦТ содержало много заданий, но они не были очень трудоемкими. Тесты ЕГЭ очень перегружены. Для умных учеников решение первой части теста отнимает много времени от вдумчивого размышления над решением второй части – заданий с развернутым ответом. Причем эти задания представляют собой полноценную контрольную работу из вступительных экзаменов в вуз прошлых лет. Только для ее решения требуется не менее четырех часов.

Остановимся на кратком обзоре региональных вариантов КИМов единого госэкзамена 2016 года. Каждый вариант экзаменационной работы состоял из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Первая часть содержала 12 заданий базового и повышенного уровня сложности: три задания по геометрии, два уравнения, одна задача по теории вероятности, словесная задача на сплавы, два задания по началам математического анализа, одно вычислительное на свойства логарифмов и два – с практическим содержанием. Можно отметить, что многие учащиеся достаточно успешно справляются с первой частью вариантов КИМ. Тематическая принадлежность заданий второй части с развернутым ответом осталась в основном неизменной.

Задания 13 – тригонометрические уравнения – занимают важную позицию в структуре КИМ. К их выполнению приступает до 60 % участников ЕГЭ. Успешность выполнения этого задания является характеристическим свойством, различающим базовый и профильный уровни подготовки учащихся. К сожалению, в задании N13 (решение простейшего логарифмического уравнения, сводящегося к тригонометрическому уравнению, с последующим отбором корней) не все ученики справились с заданием из-за неравносильных преобразований уравнения, плохого знания свойств логарифмической функции и неумения работать с изображением решения уравнения на единичной окружности, что обычно значительно упрощает получение верного ответа. Однако 94,38% всех учащихся нашей области, приступивших ко второй части теста, выполнили задание больше, чем на 0 баллов.

Задание 14 являлось практически полным аналогом заданий C2 КИМ прошлых лет. В последнее время стереометрическая задача уже позиционируется как задача для большинства успевающих учеников, а не только для избранных. Разделение на пункты а) и б) стереометрического задания помогает учащемуся доказывать промежуточное утверждение задачи, которое является уточняющим этапом в решении всей задачи. Однако весьма сложным является построение перпендикуляра из точки на плоскость с последующим нахождением его длины. Часто это построение было ошибочным, что приводило к потере баллов. Преимущество было у тех школьников, которые владели средствами аналитической геометрии и находили искомую длину просто по формуле без непосредственного построения перпендикуляра. Полностью справились с заданием лишь 4,99 % экзаменуемых. По мнению большинства экспертов предметной комиссии, задача 14 могла бы «весить» не 2 балла, а, например, 3 или 4 ввиду трудности задания и малого числа уроков, которые в школе отведены под стереометрию.

В задании 15 требовалось решить дробно-линейное неравенство относительно показательной функции и оценивалось оно в 2 балла. Однако полностью справились с заданием лишь 38,35 % учащихся, так как подавляющее число тестируемых, приступивших к решению этой задачи, не умеют свертывать многочлены в произведение простых сомножителей, не понимают тождественных переходов в неравенствах, забывают применять метод интервалов, не овладели в полной мере свойствами показательной функции.

Планиметрическую задачу в задании 16 решило (и решало) крайне малое количество учащихся 9,03% (1,56 % – в 2015 году). Большинство из них, даже нарисовав чертеж, не пытались приступить к решению. Такая ситуация будет продолжаться до тех пор, пока в школе будет рецептурное, бездоказательное обучение математике, пока не будет введено экзамена или зачета по знанию формул планиметрии, по овладению хотя бы простейшими способами и методами решения геометрических задач. В планиметрии нет жесткого алгоритмического подхода к решению задач, каждая из них достаточно индивидуальна. Поэтому описание ошибок учащихся в данной конкретной задаче не может описать геометрической безграмотности школьников в целом.

Введение текстовых задач экономического содержания (N17) есть наиболее заметное изменение во всем комплексе заданий КИМ по математике с развернутым ответом. Текст условия задачи априорно уже является некоторой моделью реальной жизненной ситуации, сюжетное условие предложенной задачи надо было свести к решению математической вычислительной задачи. Как ни странно, 37,15% испытуемых получили больше, чем 0 баллов (из 3 возможных). В 2015 году

полностью справились с заданием лишь 1,53% школьников. По сравнению с прошлым годом в предложенной задаче был более простой алгоритм, основанный на понимании экономических вопросов, поэтому заинтересованные учащиеся смогли в них разобраться и научиться решать подобные задачи. Думаем, что большинству школьных учителей не хватает времени на решение экономических задач. Но некоторым учащимся помогло справиться с заданием решение аналогичных типовых задач на сайтах в Интернете.

Задание 18, как и обычно, решило крайне малое количество выпускников (4,77%). В 2015 году с задачей с параметром полностью справилось 0,21%. Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения, часто весьма помогает геометрический, но в предложенной задаче этого года предпочтительнее был алгебраический способ решения. Однако большинство учащихся вообще не знакомо с любыми методами решения задач с параметром. Они производят некоторые примитивные действия (например, возведение в квадрат), совершенно не понимая необходимости и целесообразности этого действия. Как и для планиметрических задач, нельзя описать типовые ошибки в задачах с параметром. Надо научить хорошего школьника думать, а не выполнять задания по шаблону, по алгоритму.

Задание 19, как всегда, являлось заданием олимпиадного уровня и полностью доступно лишь немногим. Однако это задание по своему тематическому содержанию стало проще, и для его частичного решения достаточно простейших сведений (или даже подбора чисел). По этой причине все больше участников тестирования приступают к решению этой задачи и добиваются успеха. Условия задачи разбиты на пункты (подзадачи), последовательно решая которые учащиеся справлялись с заданием хотя бы частично и получали 1 или 2 балла. Поэтому не менее одного балла получили 38,22% школьников. Ответить на первый пункт и получить 1 балл вообще не составляло труда, что делает еще более обидным факт оценивания задачи 14 всего в два балла.

Можно отметить некоторое отличие работы предметной комиссии по математике по сравнению с 2015 годом. Хотя количество проверяемых работ существенно не изменилось, на их проверку было затрачено гораздо больше времени. Это связано с тем, что появилось больше работ, в которых учащиеся берутся за решение задачи и приводят много рассуждений (часто ошибочных), в которых эксперту надо разобраться. Особенно это связано с заданиями геометрического содержания. Не всегда начатая попытка решения приводила к успеху, часто решение оказывалось неправильным, однако некоторый сдвиг в этом направлении наблюдается.

Считаем, что варианты ЕГЭ технически перегружены, что приводит к снижению суммарного балла учащихся. Также можно было бы разрешать использовать на экзамене простейшие калькуляторы, так как ученики часто не владеют устным счетом, что приводит к нехватке времени для решения всего варианта. В целом экзаменационные варианты от года к году улучшаются, многие задания из второй части упрощаются, теряют громоздкость условий и решений. Однако за выделенное время весьма трудно даже продвинутому в предмете ученику полностью правильно решить предложенный тест.

Задания региональных вариантов ЕГЭ были составлены в соответствии с «Федеральным компонентом государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике» и позволили оценить уровень знаний учащихся по алгебре, планиметрии, стереометрии и началам математического анализа. Для обеспечения возможности дифференцированной оценки знаний участников ЕГЭ по математике были использованы разные уровни сложности заданий: базовый, повышенный и высокий. Однако из года в год варианты содержат однотипные задания, на которые и натаскивают школьников учителя и репетиторы. Нехватка времени, с одной стороны, является минусом, но зато позволяет выявлять более подготовленных школьников и облегчает набор абитуриентов в вузы [3].

Список литературы

1. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Математическая составляющая единого государственного экзамена//Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «69 Герценовские чтения» - Спб.: Изд-во РГПУ им. А.И.Герцена, 2016. – с. 75-78.
2. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Тестирование как средство измерения успешности обучения// Современные подходы к оценке и качеству математического образования в школе и вузе: материалы XXXII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Екатеринбург: ФГБОУ ВПО УрГПУ, ФГАОУ ВПО РГППУ, ФГБОУ УрГЭУ, 2013.- с.225-226.

3. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Проблемы и перспективы обучения будущих студентов.//Актуальные проблемы совершенствования высшего образования: материалы XII межвуз. науч.-метод. конф., 21-22 ноября 2013 г./ Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2013. - С. 559-562.